ANNEXE 8
Formulaire

FORMULAIRE

Notations

Individu : concentration quart-horaire, horaire, journalière, etc. selon le pas de temps de la base
Grappe : groupe de données généralement consécutives (ex : mesures horaires sur une semaine, un jour, etc.)
Strate : sous-ensemble de la période d'étude au sein duquel le polluant se comporte de façon plus homogène que sur la période entière

N : nombre total d'individus sur la période d'étude
S : ensemble des strates sur la période
N_s : nombre total d'individus dans la strate s
m_s : nombre de grappes prélevées dans la strate s

$\hat{\bar{X}}_0$: estimateur de la moyenne de X_0 sur la période d'étude

$\hat{\mathrm{var}}\left(\hat{\bar{X}}_0\right)$: variance estimée de $\hat{\bar{X}}_0$

$\hat{\bar{X}}_{s,0}$: estimateur de la moyenne de X_0 sur la strate s

$\bar{X}_{g,0}$: moyenne de la grappe g dans la strate s

p_g : poids de la grappe g dans la strate s

n_g : nombre d'individus composant la grappe g dans la strate s

$X_0(t_{g,i})$: valeur prise par l'individu i dans la grappe g

Plan de sondage par grappes avec stratification

Sans redressement

$$\hat{\overline{X_0}} = \sum_s \frac{N_s}{N} \hat{\overline{X_{s,0}}}$$

$$avec \begin{Bmatrix} \hat{\overline{X_{s,0}}} = \sum_{g=1}^{m_s} p_g \overline{X_{g,0}} \\ \sum_{g=1}^{m_s} p_g = 1 \\ \forall g \; \overline{X_{g,0}} = \frac{1}{n_g} \sum_i X_0(t_{g,i}) \end{Bmatrix}$$

population infinie

$$\widehat{var}\left[\hat{\overline{X_0}}\right] = \sum_s \left(\left(\frac{N_s}{N}\right)^2 \frac{m_s \sum_{g=1}^{m_s} p_g^2}{m_s + m_s \sum_{g=1}^{m_s} p_g^2 - 2} \sum_{g=1}^{m_s} \left(\overline{X_{g,0}} - \hat{\overline{X_{s,0}}}\right)^2 \right)$$

population finie

$$\widehat{var}\left[\hat{\overline{X_0}}\right] = \sum_s \left(\left(\frac{N_s}{N}\right)^2 \frac{m_s}{M_s} \; \frac{M_s - m_s}{m_s - 1} \; \sum_{g=1}^{m_s} \left(p_g \overline{X_{g,0}} - \frac{1}{m_s} \hat{\overline{X_{s,0}}} \right)^2 \right)$$

Redressement par la différence

$$\overline{\hat{X}_0} = \sum_s \frac{N_s}{N} \left(\overline{\hat{X}_{s,0}} - \overline{\hat{X}_{s,1}} + \overline{X_{s,1}} \right)$$

population infinie

$$\widehat{var}\left[\overline{\hat{X}_0}\right] =$$

$$\sum_s \left(\left(\frac{N_s}{N}\right)^2 \frac{m_s \sum_{g=1}^{m_s} p_g^2}{m_s + m_s \sum_{g=1}^{m_s} p_g^2 - 2} \sum_{g=1}^{m_s} \left(\left(\overline{X_{g,0}} - \overline{\hat{X}_{s,0}} \right)^2 + \left(\overline{X_{g,1}} - \overline{\hat{X}_{s,1}} \right)^2 - 2 \left(\overline{X_{g,0}} - \overline{\hat{X}_{s,0}} \right) \left(\overline{X_{g,1}} - \overline{\hat{X}_{s,1}} \right) \right) \right)$$

population finie

$$\widehat{var}\left[\overline{\hat{X}_0}\right] = \sum_s \left(\frac{N_s}{N}\right)^2 \frac{m_s}{M_s} \, \frac{M_s - m_s}{m_s - 1} *$$

$$\sum_{g=1}^{m_s} \left(\left(p_g \overline{X_{g,0}} - \frac{1}{m_s} \overline{\hat{X}_{s,0}} \right)^2 + \left(p_g \overline{X_{g,1}} - \frac{1}{m_s} \overline{\hat{X}_{s,1}} \right)^2 - 2 \left(p_g \overline{X_{g,0}} - \frac{1}{m_s} \overline{\hat{X}_{s,0}} \right) \left(p_g \overline{X_{g,1}} - \frac{1}{m_s} \overline{\hat{X}_{s,1}} \right) \right)$$

Redressement par le quotient

$$\overline{\hat{X}_0}=\sum_s \frac{N_s}{N}\left(\frac{\overline{\hat{X}_{s,0}}}{\overline{\hat{X}_{s,1}}}\overline{X_{s,1}}\right)$$

population infinie

$$\widehat{var}\left[\overline{\hat{X}_0}\right]=$$

$$\sum_s\left(\left(\frac{N_s}{N}\right)^2\frac{m_s\sum_{g=1}^{m_s}p_g^2}{m_s+m_s\sum_{g=1}^{m_s}p_g^2-2}\sum_{g=1}^{m_s}\left(\left(\overline{X_{g,0}}-\overline{\hat{X}_{s,0}}\right)^2+r_s^2\left(\overline{X_{g,1}}-\overline{\hat{X}_{s,1}}\right)^2-2\,r_s\left(\overline{X_{g,0}}-\overline{\hat{X}_{s,0}}\right)\left(\overline{X_{g,1}}-\overline{\hat{X}_{s,1}}\right)\right)\right)$$

avec $r_s=\dfrac{\overline{\hat{X}_{s,0}}}{\overline{\hat{X}_{s,1}}}$

population finie

$$\widehat{var}\left[\overline{\hat{X}_0}\right]=\sum_s\left(\frac{N_s}{N}\right)^2\frac{m_s}{M_s}\;\frac{M_s-m_s}{m_s-1}*$$

$$\sum_{g=1}^{m_s}\left(\left(p_g\overline{X_{g,0}}-\frac{1}{m_s}\overline{\hat{X}_{s,0}}\right)^2+r_s^2\left(p_g\overline{X_{g,1}}-\frac{1}{m_s}\overline{\hat{X}_{s,1}}\right)^2-2\,r_s\left(p_g\overline{X_{g,0}}-\frac{1}{m_s}\overline{\hat{X}_{s,0}}\right)\left(p_g\overline{X_{g,1}}-\frac{1}{m_s}\overline{\hat{X}_{s,1}}\right)\right)$$

avec $r_s=\dfrac{\overline{\hat{X}_{s,0}}}{\overline{\hat{X}_{s,1}}}$

Redressement par la régression

$$\hat{\overline{X_0}}=\sum_s \frac{N_s}{N}\left(\hat{\overline{X_{s,0}}}+b_s\left(\overline{X_{s,1}}-\hat{\overline{X_{s,1}}}\right)\right)$$

avec $$b_s=\frac{\sum_{g=1}^{m_s}\left(p_g\overline{X_{g,0}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,0}}}\right)\left(p_g\overline{X_{g,1}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,1}}}\right)}{\sum_{g=1}^{m_s}\left(p_g\overline{X_{g,1}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,1}}}\right)^2}$$

population infinie

$$\widehat{var}\left[\hat{\overline{X_0}}\right]=\sum_s\left(\left(\frac{N_s}{N}\right)^2\frac{m_s\sum_{g=1}^{m_s}p_g^2}{m_s+m_s\sum_{g=1}^{m_s}p_g^2-2}\sum_{g=1}^{m_s}\left(\left(\overline{X_{g,0}}-\hat{\overline{X_{s,0}}}\right)^2(1-\hat{\rho}_s^2)\right)\right)$$

avec $$\hat{\rho}_s^2=\frac{\left(\sum_{g=1}^{m_s}\left(\overline{X_{g,0}}-\hat{\overline{X_{s,0}}}\right)\left(\overline{X_{g,1}}-\hat{\overline{X_{s,1}}}\right)\right)^2}{\sum_{g=1}^{m_s}\left(\overline{X_{g,0}}-\hat{\overline{X_{s,0}}}\right)^2\sum_{g=1}^{m_s}\left(\overline{X_{g,1}}-\hat{\overline{X_{s,1}}}\right)^2}$$

population finie

$$\widehat{var}\left[\hat{\overline{X_0}}\right]=\sum_s\left(\left(\frac{N_s}{N}\right)^2\frac{m_s}{M_s}\ \frac{M_s-m_s}{m_s-1}\ \sum_{g=1}^{m_s}\left(\left(p_g\overline{X_{g,0}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,0}}}\right)^2(1-\hat{\rho}_s^2)\right)\right)$$

avec $$\hat{\rho}_s^2=\frac{\left(\sum_{g=1}^{m_s}\left(p_g\overline{X_{g,0}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,0}}}\right)\left(p_g\overline{X_{g,1}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,1}}}\right)\right)^2}{\sum_{g=1}^{m_s}\left(p_g\overline{X_{g,0}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,0}}}\right)^2\sum_{g=1}^{m_s}\left(p_g\overline{X_{g,1}}-\frac{1}{m_s}\hat{\overline{X_{s,1}}}\right)^2}$$